はじめに

谷津綱一

1999 年より，月刊「高校への数学」に『ワンポイント・ゼミ』として連載したものを中心にまとめ，“数学ワザ”シリーズの 3 冊目として本書を上梓します.

1 冊目の“数学ワザ 52”は，高校入試に必要な知識を集め，入試問題へのアプローチの仕方に主眼を置き，2 冊目の“数学ワザ・ビギナーズ 52”は，高校入試の頻出テーマを整理した入門書，という位置づけでした.

そしてこの度の

“数学ワザ・サプリ 52”

は，**より広くより深く中学数学を学ぶ**ことを目的とした 1 冊です.

本書は主に高校入試問題を題材にしていますが，説明の手法がその範疇を超えたものも含まれます．ですから，入試対策という枠にとらわれずに，気楽に楽しみながら読んでください.

古典から最新の傾向まで，中学生へ伝えたい要素が満載です．これらが高校入試問題を通して，どのように料理されるのかを紹介していきます.

数学に興味を持つ中学生のみなさんに，新たな発見を提供できる 1 冊となることを願っています.

2022 年 4 月

本書の使い方

■テーマ構成は

1 テーマにつき見開き 2 ページ完結です．

■どのテーマから読めばいいの

52 のテーマそれぞれに横の関連性は少ないので，興味を持ったテーマから読み進めていきましょう．

中には難しいテーマもあるので，1 冊丸ごと読破することを目的としないことが重要です．

■問題への向き合い方は

時間制限を設けずに問題と対峙するとよいでしょう．

ある程度の知識が備わっていないと解くのが難しいものもあるので，その際は躊躇せず解法例へ進んでください．解法例を読むだけでもテーマへの理解が深まります．

■解法例について

テーマに沿うようにしているので，場合によっては特殊な方法に映ることもあるでしょう．また多数の別解も存在します．

あくまで解法の一例を述べているので，自身でいろいろな解法を見つけ出すことも本書の楽しみ方のひとつです．

■本書の目的

問題集ではないので，1 冊を解き終えることを目的とはしない方がよいでしょう．

時間を使い理解しながらじっくりと取り組むことで，読み終えたテーマに関心を持ち，「もっと知りたい」と数学に好奇心を持てれば，本書を選んだ価値があると考えます．

■高校入試へ向けて

これでもう初見の問題も怖くないはずです．入試本番で新たな出題傾向にぶつかっても，**本書を読んでいるときのワクワクした気分を思い出し高校入試の数学を楽しんでください．**

■高校入試を終えてから

本書の一部には，高校生になって再度習うものもあります．

高校の教科書を予習する際に参考になるものもありますから，手元から遠ざけないでください．

目　次

数学ワザ サプリ 01

近年流行？の‘Kaprekar 操作’をやってみる

整数の桁を並べかえた，最大の数と最小の数の差を取ることを‘カプレカ操作’といいます．引く数の一の位の数が，引かれる数のそれより大きいとき，十の位では繰り下がりが必ず起こります．

最初は 2017 年の東大寺学園(一部略)の，3 桁のカプレカ操作です．

> **問題** 1．1 から 9 までの整数から異なる 3 つの整数 p，q，r を選ぶ．記号【p，q，r】は，選んだ p，q，r を並べてできる 3 桁の整数のうち一番大きな数と一番小さな数の差を表す．例えば，
> 【4，5，3】$=543-345=198$ である．
> 【a，b，c】のとりうる値の中で大きい方から 5 番目の値となる 3 つの数の組み合わせについて考える．その組み合わせのうち 3 つの数の和が 9 の倍数になる組み合わせをすべて求めよ．ただし，答えは大きい数から並べて(a，b，c)の形で答えよ．

解法　$1 \leqq c < b < a \leqq 9$ として，筆算をします．

$$\begin{array}{rccl} & a & b & c \leftarrow \text{最大} \\ -) & c & b & a \leftarrow \text{最小} \\ \hline & a-1-c & b-1+10-b & c+10-a \\ & & \parallel & \\ & & 9 & \end{array}$$

【a，b，c】の各位は上のようになって，

- 一の位 … $c<a$ から，十の位を繰り下げ，$c+10-a$
- 十の位 … 繰り下げにより 1 減り，したがって百の位から繰り下げる．$b-1+10-b=9$
- 百の位 … 1 減るから，$a-1-c$

百の位と一の位は，($a-c$)の値により決定されます．題意に‘大きい方から…’とあるので，百の位に着目します．

$a-c=8$（$a=9$，$c=1$）が最も大きく（【a，b，c】$=792$），5 番目は $a-c=4$（【a，b，c】$=396$）のときです．

このとき $a=c+4$ だから，最小の数 c と最大の数 $c+4$ の間を考え，(a，b，c)の考えられる組は次の 3 つです．

Ⓐ （$c+4$，$c+3$，c）→ 3 つの数の和は $3c+7$
Ⓑ （$c+4$，$c+2$，c）→ 3 つの数の和は $3c+6$
Ⓒ （$c+4$，$c+1$，c）→ 3 つの数の和は $3c+5$

この中で和が 9 の倍数になり得るのはⒷだけで，$c=1$ →（**5，3，1**），$c=4$ →（**8，6，4**）

次に 2016 年の早実(一部略)の，4 桁のカプレカ操作です．

> **問題** 2．1 から 9 までの 9 個の数字から，4 個の数字を選んで並べ，4 桁の数を作る．選んだ 4 個の数字で作る 4 桁の数の中で，1 番大きな数を A，1 番小さな数を B とし，$A-B$ について考える．ただし，4 個とも同じ数字を選ぶことはないものとする．
> 例えば，1，2，3，4 の 4 個の数字を選んだとき，$A-B=4321-1234=3087$ となり，1，1，2，3 の 4 個を選んだとき，$A-B=3211-1123=2088$ となる．
> $A-B=3087$ となる 4 個の数字の組は何組あるか．

解法　4 個の数字を $1 \leqq a \leqq b \leqq c \leqq d \leqq 9$（ただし，すべてが同じ数字にならないように，$a \neq d$）(…※)とします．そこで $A-B$ の筆算です．

$$\begin{array}{rccccl} & d & c & b & a & =A \\ -) & a & b & c & d & =B \\ \hline & \bullet & \bullet & b-1+10-c & a+10-d & \\ & & & \parallel & & \\ & & & b-c+9 & & \end{array}$$

- 一の位 … $a+10-d$
  題意より $a+10-d=7$　∴　$d=a+3$ …㋐
- 十の位 … $b-1+10-c$
  題意より $b+9-c=8$　∴　$c=b+1$ ……㋑

➡注　㋑から筆算の百の位が 0，㋐から千の位が 3 が成り立つことが確認できます．

すると※は，㋐，㋑より $a \leqq b \leqq b+1 \leqq a+3$

最小の数字 a と最大の数字 $a+3$ の間を考えれば，4 個の数字の並びは次の 3 タイプのいずれかであることがわかります．

Ⓓ　a，a，$a+1$，$a+3$

Ⓔ　a，$a+1$，$a+2$，$a+3$

Ⓕ　a，$a+2$，$a+3$，$a+3$

Ⓓ，Ⓔ，Ⓕそれぞれにおいて，$a=1$ ～ 6 が題意を満たすから，$6\times3=$**18**(**組**)

最後は 2016 年の筑駒(一部略)の，5 桁のカプレカ操作です．

> **問題** 3．5 桁の自然数 x があります．x の各位の数はすべて異なり，またその中に 0 はありません．x の各位の数を並べかえてできる 5 桁の自然数のうち，最大のものを M，最小のものを N とおくと，次の①，②の式が成り立ちます．
>
> $M-x=51624$　……………………①
>
> $x-N=31338$　……………………②
>
> x の各位の数を，小さいものから順に a，b，c，d，e $(0<a<b<c<d<e)$として，次の問いに答えなさい．
>
> (1)　$e-a$ の値を求めなさい．
>
> (2)　$d-b$ の値を求めなさい．
>
> (3)　5 桁の自然数 x を求めなさい．

解法　$(M-x)+(x-N)=M-N$

$=51624+31338=82962$

そこで筆算です．

$$\begin{array}{rccccl} & e & d & c & b & a & =M \\ -) & a & b & c & d & e & =N \\ \hline & \cdot & \cdot & \cdot & b-1+10-d & a+10-e & \\ & & & & \| & & \\ & & & & b-d+9 & & \end{array}$$

(**1**)　$a+10-e=2$　∴　$e-a=$**8**　………㋒

(**2**)　$b-d+9=6$　∴　$d-b=$**3**…………㋓

(**3**)　㋒より $e=a+8$ だから，$a=1$，$e=9$ と決まります．

また㋓より $d=b+3$ だから，自然数 x の各位の数は小さい順に，1，b，c，$b+3$，9 とわかり，考えられる組み合せとして，

Ⓖ　1，b，$b+1$，$b+3$，9

Ⓗ　1，b，$b+2$，$b+3$，9

のいずれかです．

ここで自然数 x の万の位を□，一の位を△とし，問題文の①，②を利用します．

①　右の筆算で，一の位に着目すれば，

$$\begin{array}{rccccc l} & 9 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & =M \\ -) & \square & \cdot & \cdot & \cdot & \triangle & =x \\ \hline & 5 & 1 & 6 & 2 & 4 & \end{array}$$

$1+10-\triangle=4$

だから，$\triangle=7$

①の□で考えられる値は，□＝3，4　…㋔

②　②の□で考えられる値は，

$$\begin{array}{rccccc l} & \square & \cdot & \cdot & \cdot & \triangle & =x \\ -) & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 9 & =N \\ \hline & 3 & 1 & 3 & 3 & 8 & \end{array}$$

□＝4，5　…㋕

㋔と㋕より，

□＝4 と定まります．

このことから△と□で，$b=4$(＝□)，$b+3=4+3=7$(＝△)とわかるので，

Ⓖ　1，4，5，7，9 ……………………③

Ⓗ　1，4，6，7，9 ……………………④

最後に②を利用し確かめます．

③のとき，

$x-14579=31338$　∴　$x=$**45917**

④のとき，

$x-14679=31338$　∴　$x=46017$（不適）

3 桁の数ならカプレカ操作を続けると 495 に落ち着き，495 を 3 桁の**カプレカ数**といいます(☞ 2018 年の慶應女子)．

➡注　【4，5，3】では，
198 → 792 → 693 → 594 → 495 → 495 → ⋯．

また，4 桁の**カプレカ数**は 6174 です．

➡注　**問題** 2 の例の 3087 ではこの後，
→ 8352 → 6174 → 6174 → ⋯

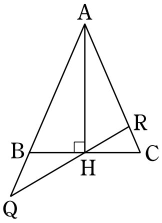
5 桁にはそれがなく巡回することが知られています．巡回には 3 つのパターンがあります．

➡注　**問題** 3 の例では，
「82962 → 75933 → 63954 → 61974 → 82962」
他に，「74943 → 62964 → 71973 → 83952 → 74943」
もう 1 つは，「53955 → 59994 → 53955」

コラム③

3つの harmonic range points

AB＝AC の二等辺三角形 ABC の底辺 BC へ，頂点 A から垂線 AH を下ろし，図のように QR が点 H を通るとします．

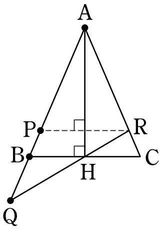


△ABC に直線 QR が交わっているから，メネラウスの定理より，

$$\frac{AR}{RC}\times\frac{CH}{HB}\times\frac{BQ}{QA}=1$$

ここで $\dfrac{CH}{HB}=1$ だから，$\dfrac{AR}{RC}\times\dfrac{BQ}{QA}=1$

$$\therefore\ \frac{AR}{RC}=\frac{QA}{BQ}\quad\cdots※$$

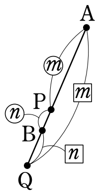


さて点 P を，R を AH について対称に移した点とすると，※は，

$$\frac{AP}{PB}=\frac{QA}{BQ}$$

$\therefore$ AP：PB＝AQ：QB

すると線分 AB は同じ比(図では $m:n$)に，点 P で内分，点 Q で外分されます．



➡**注**　また線分 PQ を点 B は内分，点 A は外分しています．

このとき，4 点 A，B，P，Q は**調和点列**(harmonic range points)であるといいます．

<**調和点列**>

AP：PB＝AQ：QB $\left(\dfrac{AP}{PB}=\dfrac{AQ}{QB}\right)$

PA：AQ＝PB：BQ $\left(\dfrac{PA}{AQ}=\dfrac{PB}{BQ}\right)$

さて，AP：PB＝AQ：QB

AP：(AB－AP)＝AQ：(AQ－AB)

AP×(AQ－AB)＝AQ×(AB－AP)

AP×AQ－AP×AB

　＝AQ×AB－AQ×AP

2×AP×AQ＝AQ×AB＋AP×AB

この両辺を，AB×AP×AQ で割り，

$$\frac{1}{AP}+\frac{1}{AQ}=\frac{2}{AB}$$

この式は調和点列特有の関係式です．

➡**注**　あるいは，AP：PB＝AQ：QB

(QA－QP)：(QP－QB)＝AQ：BQ

BQ×(QA－QP)＝AQ×(QP－QB)

BQ×QA－BQ×QP＝AQ×QP－AQ×QB

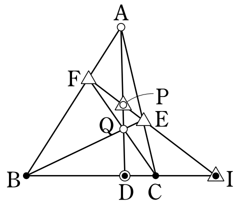
2×AQ×BQ＝BQ×QP＋AQ×QP

この両辺を，AQ×BQ×QP で割れば，

$$\frac{1}{AP}+\frac{1}{AQ}=\frac{2}{AB}$$

ここからは，中学数学にも登場する調和点列の例をいくつか紹介します．まずはメネラウスの定理とチェバの定理の融合です．

例 1　右図で，同じ印をつけた 4 点が一直線上にあるとき，これら 4 点は**調和点列**となる．



(1)　B，C，D，I (図の●印)

(2)　A，Q，P，D (図の○印)

(3)　F，E，P，I (図の△印)

理由　(**1**)　△ABC に注目します．

直線 FI が交わるからメネラウスの定理で，

$$\frac{BF}{FA}\times\frac{AE}{EC}\times\frac{CI}{IB}=1\ \cdots\cdots①$$

点 Q がチェバ点でチェバの定理から，

$$\frac{AF}{FB}\times\frac{BD}{DC}\times\frac{CE}{EA}=1\ \cdots\cdots②$$

①，②の両辺を掛け合せると，

$$\frac{CI}{IB}\times\frac{BD}{DC}=1\quad\therefore\ \frac{BD}{DC}=\frac{BI}{IC}$$

(**2**)　△ABQ に注目です．

直線 FE が交わりメネラウスの定理より，

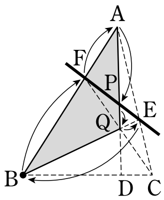
$$\frac{BF}{FA}\times\frac{AP}{PQ}\times\frac{QE}{EB}=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots③$$

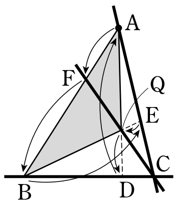
点 C がチェバ点でチェバの定理から，

$$\frac{AF}{FB}\times\frac{BE}{EQ}\times\frac{QD}{DA}=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots④$$

③，④の辺々を掛け合せ，

$$\frac{AP}{PQ}\times\frac{QD}{DA}=1 \quad \therefore \quad \frac{AP}{PQ}=\frac{AD}{DQ}$$





（3）　△EFC に注目です．

直線 PQ が交わりメネラウスの定理より，

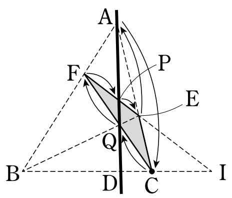
$$\frac{CQ}{QF}\times\frac{FP}{PE}\times\frac{EA}{AC}=1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots⑤$$

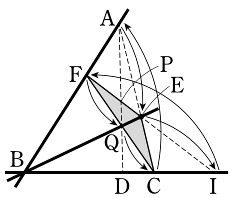
点 B がチェバ点でチェバの定理から，

$$\frac{EI}{IF}\times\frac{FQ}{QC}\times\frac{CA}{AE}=1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots⑥$$

⑤，⑥の辺々を掛け合せ，

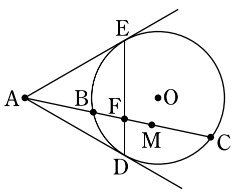
$$\frac{FP}{PE}\times\frac{EI}{IF}=1 \quad \therefore \quad \frac{FP}{PE}=\frac{FI}{IE}$$





次は方べきの定理が主役です．

例 2　右図で点 D，E は接点．B，C は点 A を通る直線と円との交点．線分 BC の中点を M とするとき，



（1）　5 点 A，D，M，O，E は共円点

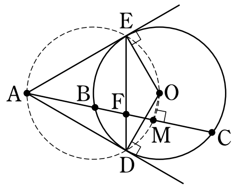
（2）　4 点 A，F，B，C は**調和点列**

理由　（1）　BC は円の弦だから OM⊥BC

また，∠OEA＝90° より，4 点 A，E，O，M は共円点………⑦，さらに，∠ODA＝90° より，4 点 A，E，O，D も共円点 ………………⑧

⑦，⑧から，5 点 A，D，M，O，E は共円点．

（2）　円 O で方べきの定理より，



EF×FD＝BF×FC

同じく（1）の円で，

EF×FD＝AF×FM

これにより，

BF×FC＝AF×FM

(AF－AB)(AC－AF)＝AF×(AM－AF)

ここで，$AM=\dfrac{AB+AC}{2}$

を代入して整理すると，

AF×(AB＋AC)＝2×AB×AC

AF×AC－AB×AC

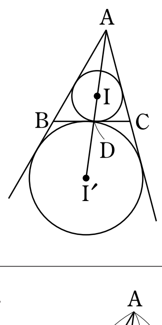
＝AB×AC－AF×AB

AC×(AF－AB)＝AB×(AC－AF)

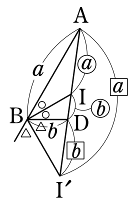
$$AC\times BF=AB\times FC \quad \therefore \quad \frac{AB}{BF}=\frac{AC}{CF}$$

最後は内外角の二等分線定理の共演です．

例 3　△ABC の内接円の中心を I，∠A の内側にある傍接円の中心を I′，II′ と BC の交点を D とすると，II′ は点 A を通り（証明略），4 点 A，D，I，I′ は**調和点列**となる．



理由　AB＝a，BD＝b とする．



内角の二等分線定理より，

AI：ID＝BA：BD＝a：b …⑨

外角の二等分線定理より，

AI′：I′D＝BA：BD＝a：b

……………⑩

⑨，⑩より，AI：ID＝AI′：I′D

$$\therefore \quad \frac{AI}{ID}=\frac{AI'}{I'D}$$

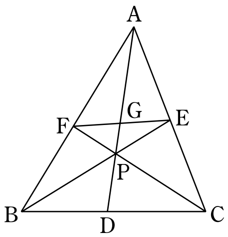
続いては Ceva Club からのお知らせです．

本クラブの規約は 2 つ．1 つ目は「“Ceva の定理（コラム②）” を必ず混ぜる」こと，そして 2 つ目は「“Menelaus の定理” を使わない」こと．特にこの 2 つ目の規約に反した場合，対処をさせていただくケースがあるので十分にご注意ください．

では，Ceva の定理を縦横無尽に使いこなし，パズルのように謎を解き明かしていきましょう．

今回も 3 題に挑戦してもらいます．なお当クラブの規約は絶対に遵守です．

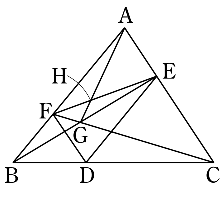
問題 1. △ABC の辺 BC，CA，AB 上にそれぞれ点 D，E，F を，AD，BE，CF が 1 点 P で交わるようにとる．AD と EF の交点を G とすると，EG＝GF となった．このとき，次を証明しなさい．



（1） FP：PC＝EP：PB

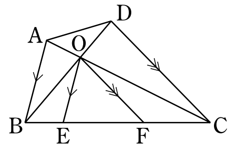
（2） FE // BC

問題 2. △ABC の辺 BC 上に，右図のように点 D をとり，D を通り AB に平行な直線を引き，AC との交点を E，また D を通り AC に平行な直線を引き AB との交点を F とし，線分 BE と CF の交点を G とする．さらに線分 EF と AG の交点を H として，FH：HE＝BD：DC を証明しなさい．



（トピックス①の **問題** 1. と同じ）

問題 3. 図のような∠A＝∠D である四角形 ABCD があり，その対角線の交点を O とする．



次に，辺 BC 上に，OE // AB，OF // DC となる点 E，F をとる．

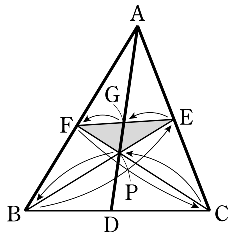
このとき，AB：CD＝BE：CF が成り立つことを証明しなさい．

（2004 年 5 月号，高数オリンピック）

＜Ceva Club 発表公式解答例＞

問題 1.（1） Ceva の定理より，

$$\frac{EG}{GF}\times\frac{FC}{CP}\times\frac{PB}{BE}=1$$



EG＝GF より，$\cancel{\dfrac{EG}{GF}}\times\dfrac{FC}{CP}\times\dfrac{PB}{BE}=1$

$\dfrac{FC}{CP}\times\dfrac{PB}{BE}=1$ ∴ $\dfrac{FC}{CP}=\dfrac{BE}{PB}$

これより，$\dfrac{FP+PC}{CP}=\dfrac{BP+PE}{PB}$

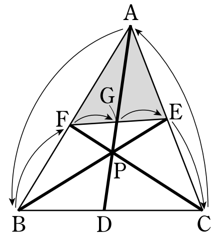
$\dfrac{FP}{CP}+\cancel{\dfrac{PC}{CP}}=\cancel{\dfrac{BP}{PB}}+\dfrac{PE}{PB}$

$\dfrac{FP}{CP}+1=1+\dfrac{PE}{PB}$ ∴ $\dfrac{FP}{CP}=\dfrac{PE}{PB}$

これより，FP：PC＝EP：BP （終）

（2） Cevaの定理より，

$$\frac{AB}{BF}\times\frac{FG}{GE}\times\frac{EC}{CA}=1$$



EG＝GFより，$\frac{AB}{BF}\times\cancel{\frac{FG}{GE}}\times\frac{EC}{CA}=1$

$$\frac{AB}{BF}\times\frac{EC}{CA}=1 \quad \therefore \quad \frac{AB}{BF}=\frac{CA}{EC}$$

これより，$\frac{AF+FB}{BF}=\frac{CE+EA}{EC}$

$$\frac{AF}{BF}+\cancel{\frac{FB}{BF}}=\cancel{\frac{CE}{EC}}+\frac{EA}{EC}$$

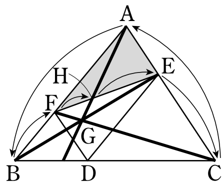
$$\frac{AF}{BF}+1=1+\frac{EA}{EC} \quad \therefore \quad \frac{AF}{BF}=\frac{EA}{EC}$$

これより，AF：FB＝AE：EC

よって，FE∥BC　（終）

問題 2. Cevaの定理より，

$$\frac{AB}{BF}\times\frac{FH}{HE}\times\frac{EC}{CA}=1$$



ここでFD∥AC，ED∥ABから，

$$\frac{AB}{BF}=\frac{CB}{BD},\ \frac{EC}{CA}=\frac{DC}{CB}$$

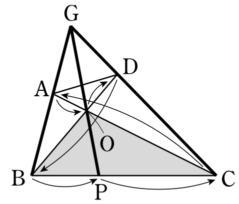
$$\therefore \quad \cancel{\frac{CB}{BD}}\times\frac{FH}{HE}\times\cancel{\frac{DC}{CB}}=1$$

よって，$\frac{FH}{HE}\times\frac{DC}{BD}=1 \quad \therefore \quad \frac{FH}{HE}=\frac{BD}{DC}$

よって，FH：HE＝BD：DC　（終）

問題 3. BAとCDそれぞれの延長の交点をGとすると，Cevaの定理より，

$$\frac{BP}{PC}\times\frac{CA}{AO}\times\frac{OD}{DB}=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots①$$



ここでOE∥ABから，$\frac{CA}{AO}=\frac{CB}{BE}$

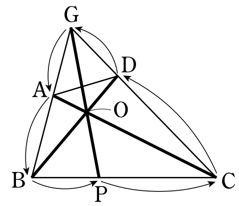
OF∥DCから，$\frac{OD}{DB}=\frac{FC}{CB}$

これより①は，$\frac{BP}{PC}\times\cancel{\frac{CB}{BE}}\times\cancel{\frac{FC}{CB}}=1$

$$\frac{BP}{PC}\times\frac{FC}{BE}=1 \quad \therefore \quad \frac{BP}{PC}=\frac{BE}{FC} \quad \cdots\cdots\cdots②$$

同じくCevaの定理より，

$$\frac{BP}{PC}\times\frac{CD}{DG}\times\frac{GA}{AB}=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots③$$



さて∠A＝∠Dから，△GADにおいて，∠GAD＝∠GDAだから，GA＝GD

すると③は，$\frac{BP}{PC}\times\cancel{\frac{CD}{DG}}\times\cancel{\frac{GA}{AB}}=1 \quad \cdots\cdots④$

$$\frac{BP}{PC}\times\frac{CD}{AB}=1 \quad \therefore \quad \frac{BP}{PC}=\frac{AB}{CD} \quad \cdots\cdots\cdots⑤$$

「②の右辺＝⑤の右辺」が成り立つから，

$$\frac{BE}{FC}=\frac{AB}{CD}$$

∴　AB：CD＝BE：CF　（終）

あとがき

高校入試問題を眺めると，まだまだ新しい発見があります．

とても面白い性質なのに出題例が少ないものや，単元としての分類が未だ確立されていないものもあります．もちろん高校入試の題材にも流行がありますから，近年出題されていなくとも，改めてブームがくるかもしれません．

私はこれから先もずっと，その分析に携わりたいと思っています．

みなさんのこの先には高校数学が待っています．そして本書がその橋渡しの一助になれば幸いです．

ここから先の楽しみは，月刊「大学への数学」にとっておきましょう．

（谷津綱一）

高校への数学
入試を勝ち抜く
数学ワザ・サプリ 52

2022 年 4 月 18 日　第 1 刷発行

著　者　谷津綱一
発行者　黒木美左雄
発行所　株式会社　**東京出版**
〒150-0012　東京都渋谷区広尾 3-12-7
電話 03-3407-3387　振替 00160-7-5286
https://www.tokyo-s.jp/

整　版　所　錦美堂整版
印刷・製本　技秀堂
落丁・乱丁の場合は，ご連絡ください．
送料弊社負担にてお取り替えいたします．

ISBN 978-4-88742-265-0